



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$$

- a) Determineu-ne les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha.

[1 punt]

- b) Si  $f'(x) > 0$  en tot el domini de la funció  $f$ , calculeu els límits laterals quan  $x$  tendeix a  $-2$  i feu un esbós de la gràfica de la funció  $f$ .

[1 punt]

2. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Determineu el valor de  $b$  perquè la funció  $f$  sigui contínua en el punt  $x = 0$ . Justifiqueu si  $f$  pot ser discontinua en algun altre punt.

[1 punt]

- b) Justifiqueu si, per a valors positius de  $x$ , la funció  $f$  és creixent o decreixent.

[1 punt]

3. Una botiga ha venut 225 llapis de memòria de tres models diferents, que anomenarem A, B i C, i ha ingressat un total de 10 500 €. El llapis A costa 50 €, i els models B i C són, respectivament, un 10% i un 40% més barats que el model A. La suma total de llapis venuts dels models B i C és la meitat que la de llapis venuts del model A. Calculeu quants exemplars s'han venut de cada model.

[2 punts]

4. En una empresa artesana que pot produir fins a 25 cadires setmanals, la funció de costos en relació amb el nombre  $q$  de cadires produïdes és

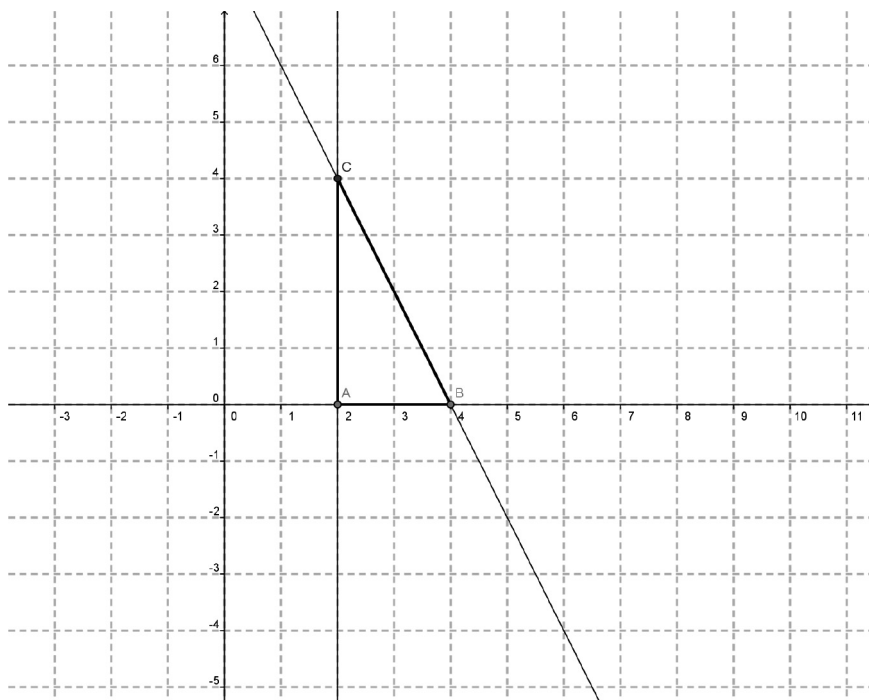
$$C(q) = \frac{q^3}{100} + 4q + 20$$

Si  $q$  és el nombre de cadires produïdes, el cost mitjà de cada cadira s'expressa mitjançant la funció

$$Q(q) = \frac{C(q)}{q}$$

- a) Calculeu el cost mitjà de cada cadira, si l'empresa produeix 5 cadires. I si en produeix 20?  
[1 punt]
- b) Determineu quantes cadires cal produir perquè el cost mitjà sigui mínim, justifiqueu que es tracta efectivament d'un mínim i calculeu aquest cost mitjà.  
[1 punt]

5. Considereu el triangle  $ABC$  que es mostra en la figura següent:



- a) Escriviu el sistema d'inequacions que determinen el triangle  $ABC$  i l'interior d'aquest.  
[1 punt]
- b) Indiqueu els punts de la regió indicada en què la funció  $z = 2x + y$  assoleix el valor màxim.  
[1 punt]

6. Considereu la recta  $r$ , d'equació  $x + 2y = 4$ .

**a)** Escriviu l'equació d'una recta  $r'$  que passi per l'origen de coordenades i que formi amb  $r$  un sistema d'equacions incompatible. Justifiqueu quina serà la posició relativa de les dues rectes.

[1 punt]

**b)** Considereu una altra recta, que anomenarem  $s$ , que forma amb  $r$  un sistema de dues equacions amb dues incògnites que és compatible indeterminat. Justifiqueu quina és la posició relativa de les rectes  $r$  i  $s$ .

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. En una botiga de queviures hem comprat ampolles d'aigua a 0,5 € cadascuna, de llet a 1 € i de suc de fruita a 1,5 €. En arribar a la caixa ens adonem que portem 40 ampolles, el cost total de les quals és de 38 €. També observem que si les ampolles d'aigua que portem fossin de llet i les de llet fossin d'aigua, la compra ens sortiria 4 € més barata. Determineu el nombre d'ampolles de cada beguda que hem comprat.

[2 punts]

2. Donada la funció següent:

$$f(x) = \frac{-4x^2}{x+1}$$

- a) Determineu-ne les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha.

[1 punt]

- b) Trobeu els punts de la corba en què la recta tangent és paral·lela a la recta  $y = -3x + 4$ .

[1 punt]

3. Considereu la funció  $f(x) = x \cdot e^{-x}$ .

- a) Indiqueu-ne els extrems relatius, si n'hi ha, i classifiqueu-los.

[1 punt]

- b) Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba en el punt d'abscissa 0.

[1 punt]

4. Una botiga de bijuteria ven anells i collarets en lots de dos tipus: el lot de tipus A està format per un anell i un collaret, mentre que el lot de tipus B consta de 3 anells i un collaret. Sabem que disposen de 1 500 anells i de 1 000 collarets. En cada lot de tipus A guanyen 0,70 €, mentre que en cada lot de tipus B guanyen 1 €. Indiqueu quants lots de cada tipus han de vendre per a obtenir el màxim benefici.

[2 punts]

5. Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Comproveu si aquestes dues matrius compleixen  $(A + B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$ .

[1 punt]

- b) Si  $P$  i  $Q$  són matrius quadrades qualssevol d'ordre 3, quina condició s'ha de produir perquè es compleixi  $(P + Q)^2 = P^2 + 2P \cdot Q + Q^2$ ?

[1 punt]

6. En una explotació ramadera es declara una epidèmia, i els veterinaris preveuen que la propagació d'aquesta seguirà la funció  $f(x) = -2x^2 + 48x + 162$ , en què  $x$  representa el nombre de setmanes que han transcorregut des del moment de la declaració de l'epidèmia, i  $f(x)$  indica el nombre d'animals afectats.

- a) Quants animals hi ha afectats en el moment de declarar-se l'epidèmia? Quantes setmanes durarà l'epidèmia fins al moment en què ja no quedi cap animal afectat?

[1 punt]

- b) Indiqueu quin serà el nombre màxim d'animals afectats, i en quina setmana es produirà.

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Donat el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + 5y + 2z = 2 \\ 2x + 4y + z = 4 \\ x - y - z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) Determineu-ne la solució general, en funció de  $z$ .

[1,5 punts]

- b) Calculeu la solució particular segons la qual  $z = 2$ .

[0,5 punts]

2. Volem construir el marc d'una finestra rectangular de  $100 \text{ dm}^2$  de superfície. El cost de cada decímetre de marc horitzontal és de 6 €, mentre que el de cada decímetre de marc vertical és de 24 €. Calculeu les dimensions de la finestra perquè el marc ens surti tan barat com sigui possible.

[2 punts]

3. Un concessionari de motos comercialitza dos models, un de 125 cc i un altre de 50 cc. Per cada moto de 125 cc que ven, guanya 1 000 € i per cada moto de 50 cc, guanya 600 €. D'altra banda, per tal de satisfer els objectius marcats pel fabricant, cal que el concessionari compleixi les condicions següents:

- a) Vendre entre 50 i 150 motos de 125 cc.
- b) Vendre almenys tantes motos de 50 cc com de 125 cc.
- c) No vendre més de 500 motos de 50 cc.

Determineu quantes motos de cada tipus ha de vendre el concessionari per a obtenir el màxim benefici, i calculeu aquest benefici màxim.

[2 punts]

4. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2}$$

- a) En quin punt de la corba la recta tangent a la gràfica de  $f$  és paral·lela a la recta  $x + y = 5$ ?

[1 punt]

- b) Calculeu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció, si n'hi ha, i feu un esbós de la gràfica de la funció  $f$ .

[1 punt]

5. Donada la funció  $f(x) = x^2 \cdot e^x$ :

- a) Justifiqueu si hi ha cap valor de  $x$  que compleixi  $f(x) < 0$ . Hi ha cap valor de  $x$  que compleixi  $f(x) = 0$ ?

[1 punt]

- b) Indiqueu si la funció  $f$  és creixent o decreixent en el punt  $x = -1$ . Estudieu el creixement de la funció  $f$  per als valors que compleixen  $x > 0$ .

[1 punt]

6. Donades les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Calculeu  $A^{-1}$  i  $B^{-1}$ .

[1 punt]

- b) Determineu  $X$  perquè es compleixi l'equació  $A \cdot X \cdot B = 2C$ .

[1 punt]

