



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Un equip científic ha estudiat l'evolució de la població d'una petita illa de la Polinèsia. Com a conclusió, ha determinat que, per tal d'obtenir una bona estimació de la població, cal fer servir l'expressió

$$P(t) = 400 + 18t - 6t^{\frac{3}{2}},$$

on  $t$  indica els anys transcorreguts des del principi de l'estudi.

- a) Determineu la població de l'illa quan va començar l'estudi, i al cap d'un any. Quina ha estat la taxa de creixement en aquest període?

[1 punt]

- b) Al cap de quants anys després del començament de l'experiment va deixar de créixer la població de l'illa? Quin va ser el nombre màxim d'habitants?

[1 punt]

2. Siguin les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ b & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Determineu el valor dels paràmetres  $a$  i  $b$  que fa que  $A \cdot B = B \cdot A$ .

[1 punt]

- b) Determineu el valor de  $a$  per al qual es verifica  $A^2 = 2A$ .

[1 punt]

3. En un hort hi ha plantades 50 pomeres. Cada arbre produeix 800 pomes. Per cada arbre addicional que hi plantem, la producció de cada arbre es redueix en 10 pomes. Quants arbres més ens cal plantar per a obtenir la producció més alta possible? Quina és aquesta producció?

[2 punts]

4. Els beneficis d'una companyia de transport de viatgers són donats per la funció  $B(x) = ax^2 + bx + c$ , on  $x$  és el preu que la companyia cobra per cada viatge. Sabem que si cobren 40 € per viatge, els beneficis són 19.000 €. A més, si augmentem el preu un 25 %, el benefici que s'obté és el màxim, 20.000 €. Tenint en compte aquestes dades, determineu els valor de  $a$ ,  $b$  i  $c$ .  
[2 punts]
5. Un botiguer va al mercat central amb la seva furgoneta, que pot carregar 700 kg, i amb 500 € a la butxaca, a comprar fruita per a la seva botiga. Hi troba pomes a 0,80 €/kg i taronges a 0,50 €/kg. Calcula que podrà vendre les pomes a 0,90 €/kg i les taronges a 0,58 €/kg. Quina quantitat de pomes i de taronges li convé comprar si vol obtenir el benefici més gran possible?  
[2 punts]
6. Determineu els valors dels paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  que fan que les corbes d'equació  $f(x) = x^3 + ax + b$  i  $g(x) = x^3 + cx^2 - 2$  tinguin la mateixa recta tangent en el punt (1, 1).  
[2 punts]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. He anat a una botiga i he decidit comprar uns pantalons, una camisa i unes sabates. Si faig la compra avui, em costarà tot plegat 120 €. A més, actualment, la camisa i les sabates costen, plegades, el doble dels pantalons.

Si m'espero una setmana, els pantalons i les sabates tindran un descompte del 20 %, mentre que la camisa només tindrà un descompte del 10 %. D'aquesta manera, pagaré 99 €. Quin és el preu inicial de cada article?

[2 punts]

2. Donades les funcions  $f(x) = x^3 + 5x^2 + (3 + k)x$  i  $g(x) = x^2 + kx$ .

a) Determineu les abscisses dels punts de tall de les dues corbes.

[1 punt]

b) Determineu  $k$  perquè la paràbola donada per la funció  $g$  tingui el vèrtex en el punt d'abscissa  $x = 2$ , i determineu-ne l'ordenada.

[1 punt]

3. Sigui la matriu  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) Calculeu  $A^2$ ,  $A^3$  i  $A^4$ .

[1 punt]

b) Calculeu  $A^{201}$  i  $A^{344}$ .

[1 punt]

4. Una empresa agrícola ha recollit un total de 40 tones de fruita que produeixen un benefici de 0,80 €/kg. Cada setmana que passa es produeix una pèrdua de 400 kg de fruita, però el benefici augmenta en un cèntim per cada kilogram.
- a) Quin benefici s'obté si es ven la fruita al cap de nou setmanes? Quin percentatge de fruita s'ha hagut de llençar?  
[1 punt]
- b) Quina setmana de venda serà la que obté un benefici màxim?  
[1 punt]
5. Segons uns estudis de laboratori, l'evolució de la població en un cultiu de bacteris al llarg del temps segueix la funció  $f(t) = 30 \cdot (1 - e^{-t}) + 10$ , on  $t$  són els dies que han transcorregut des de l'inici de l'experiment, i  $f(t)$  és la població, en milions de bacteris.
- a) Quina població hi ha en el moment de començar l'experiment? Justifiqueu si en algun moment hi arribarà a haver 40 milions de bacteris.  
[1 punt]
- b) Hi haurà algun moment en què la població sigui màxima? Justifiqueu la resposta.  
[1 punt]
6. Tinc un problema: fabrico televisors de LED, que em deixen un benefici de 100 € cadascun, i televisors de plasma, que em donen la meitat de benefici unitari. No puc produir més de 30 televisors al dia, i la diferència entre la producció dels de LED i els de plasma és, com a màxim, de quatre unitats. Quants n'he de produir de cada classe per a guanyar el màxim?  
[2 punts]

