



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que permetin emmagatzemar dades o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considereu les matrius  $M$  de la forma  $M = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$ , en què  $a$  és un nombre real.
  - a) Determineu  $a$  de manera que  $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -2a & -1 \end{pmatrix}$ .  
[1 punt]
  - b) Determineu  $a$  de manera que  $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , en què  $M^{-1}$  representa la matriu inversa de  $M$ . És a dir,  $M \cdot M^{-1} = I$ , en què  $I$  és la matriu identitat d'ordre 2.  
[1 punt]
  
2. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x^2}{x-a}$ , en què  $a$  és un paràmetre real.
  - a) Trobeu per a quins valors del paràmetre  $a$  la recta tangent a la funció  $f$  en  $x = 1$  és paral·lela a la recta  $y + 3x + 5 = 0$ .  
[1 punt]
  - b) Per al valor del paràmetre  $a = 1$ , trobeu els intervals de creixement i decreixement i els punts on s'assoleixen els màxims i mínims relatius de la funció  $f$ .  
[1 punt]
  
3. En Pol va quedar ahir amb uns amics en un bar i van prendre 4 refrescos, 3 entrepans i 5 boles de gelat. Tot plegat els va costar 19,50 €. Dies enrere, havia anat al mateix bar amb el seu cosí Martí, i per 2 refrescos, 1 entrepà i 2 boles de gelat havien pagat 8,10 €. En aquest bar tots els refrescos valen el mateix, tots els entrepans tenen el mateix preu i les boles de gelat es venen també a preu únic.
  - a) Avui en Pol hi ha tornat amb uns altres amics i han pres 6 refrescos, 5 entrepans i 8 boles de gelat. Expliqueu raonadament quant han pagat en total.  
[1 punt]
  - b) Si 1 refresc, 1 entrepà i 1 bola de gelat costen 5,10 €, quant val el refresc, l'entrepà i la bola de gelat separatament?  
[1 punt]

4. Una empresa de materials per a cotxes fabrica dos models d'una peça determinada, que anomenarem A i B. Cada model es fabrica en una hora, mitjançant un procés que consta de dues fases. En la primera fase del procés s'hi destinen 5 treballadors, i en la segona, 12. Per a fabricar cada model, en la primera fase es necessita 1 treballador per a cada peça. En canvi, en la segona fase es necessiten 2 treballadors per al model A i 3 treballadors per al model B. El benefici que s'obté és de 40 € pel model A i 50 € pel model B.
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.  
[1,25 punts]
- b) Quantes peces de cada model per hora s'hauran de fabricar per tal que el benefici sigui màxim? Quin és aquest benefici màxim?  
[0,75 punts]
5. Una companyia de mòbils va presentar fa un any un telèfon intel·ligent al preu de 750 €. Recentment, un estudi de mercat ha arribat a la conclusió que, amb aquest preu, compren el telèfon 2.000 clients al mes, i que la relació entre aquestes dues variables és lineal, de manera que per cada 10 € que s'incrementa el preu del mòbil, el compren 100 clients menys, i a l'inrevés: per cada 10 € de descompte sobre el preu inicial de 750 €, el compren 100 clients més.
- a) Deduïu que la funció que determina els ingressos mensuals de la companyia segons el preu del mòbil és  $I(p) = -10p^2 + 9.500p$ .  
[1 punt]
- b) Trobeu quin ha de ser el preu del mòbil per a obtenir ingressos, el preu del mòbil que dona els ingressos mensuals més elevats i el valor d'aquests ingressos màxims.  
[1 punt]
6. El nombre d'individus, en milions, d'una població ve determinat per la funció
- $$P(t) = \frac{5 + t^2}{(t + 1)^2},$$
- en què  $t$  mesura el nombre d'anys transcorreguts.
- a) Quina és la població inicial i la població després de 9 anys? A partir de quin moment la població serà inferior a un milió d'individus?  
[1 punt]
- b) Amb el pas dels anys, cap a quin valor tendirà el nombre d'individus de la població?  
[1 punt]

