

## SÈRIE 5

1. Si un venedor d'articles de luxe descompta el 20% sobre el preu de venda d'un article, guanya 1.848 € sobre el preu de cost; si descompta el 50%, perd 420 €.
- Calculeu el preu de cost i el preu de venda de l'article. [1 punt]
  - Quin percentatge aplica sobre el preu de cost per a calcular el preu de venda? [1 punt]
- a. Anomenarem  $x$  al preu de venda de l'article, i  $y$  al preu de cost. Les dades del problema es tradueixen com:

$$\left. \begin{array}{l} 0.8x = y + 1848 \\ 0.5x = y - 420 \end{array} \right\}$$

que dona com a solució  $x = 7560$ ,  $y = 4200$ ; el preu de cost va ser 4200 €, mentre que el preu de venda va ser de 7560 €.

b.  $\frac{7560 - 4200}{4200} = 0.8$  Aplica un percentatge del 80%.

2. Unes proves de selectivitat s'han valorat amb notes entre 0 i 10. El nombre de persones que han rebut una determinada qualificació  $x$  ha vingut donada per la fórmula  $N(x) = 250 - (2x - 9)^2$ .
- Quantes persones han tret un 10 d'aquesta prova? Quantes han tret un 6? [1 punt]
  - Quina és la nota que han tret més persones? Quantes persones han tret aquesta nota? [1 punt]
- a.  $N(10) = 129$ .  $N(6) = 241$ .
- b.  $N'(x) = -4(2x - 9)$ , que s'anul·la quan  $x = 4.5$ ; aquesta és la nota que han tret un nombre més gran d'alumnes. El nombre d'alumnes que l'han tret és  $N(4.5) = 250$  alumnes.

3. La funció derivada d'una funció  $f$  és  $f'(x) = e^{-x} \cdot (x - x^2)$ .
- Estudieu el creixement i decreixement de la funció  $f$ . [1 punt]
  - Si en té, indiqueu les abscisses dels extrems relatius de la funció  $f$ , i classifiqueu-los. [1 punt]
- a. La variació de la funció  $f$  vindrà donada pel signe de  $f'$ . Com que l'exponencial és sempre estrictament positiva, aquest signe depèn només del factor polinòmic, que és positiu quan  $x$  està comprès entre 0 i 1. Per tant,  $f$  és estrictament creixent a  $(0, 1)$ , i estrictament decreixent a  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ .
- b. Com a conseqüència de l'apartat anterior, la funció  $f$  té un mínim relatiu a  $x = 0$  i un màxim relatiu a  $x = 1$ .

4. El propietari d'un bar ha comprat refrescos, cervesa i vi per un total de 5000 €, sense impostos. El vi val 600 € menys que els refrescos i la cervesa plegats. Si tenim en compte que pels refrescos ha de pagar un IVA del 6%, per la cervesa d'un 12% i pel vi d'un 30% aleshores la factura total, amb impostos inclosos, puja a un valor de 5924 €. Calculeu quant ha pagat, sense IVA, per cada tipus de beguda. [2 punts]

Si anomenem  $x$  la inversió en refrescos,  $y$  la inversió en cervesa i  $z$  la inversió en vi, les condicions de l'enunciat permeten escriure el sistema d'equacions següents:

$$\begin{cases} x + y + z = 5000 \\ z = x + y - 600 \\ 0,06x + 0,12y + 0,3z = 924 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5000 \\ x + y - z = 600 \\ x + 2y + 5z = 15400 \end{cases}$$

Que si el resollem per Gauss ens dona la solució:

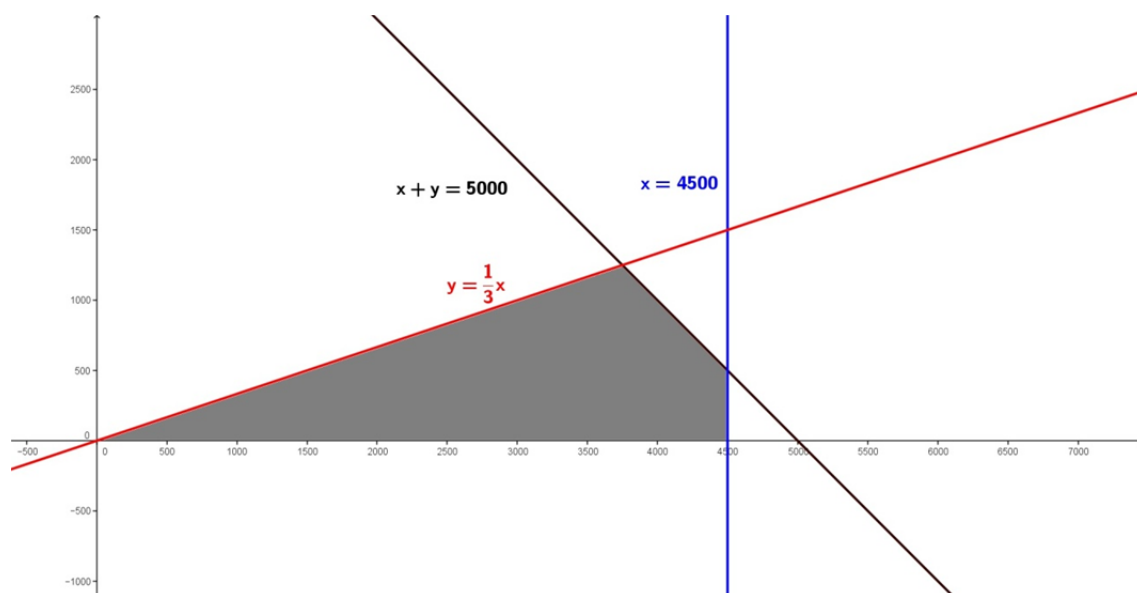
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5000 \\ 1 & 1 & -1 & 600 \\ 1 & 2 & 5 & 15400 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5000 \\ 0 & 0 & 2 & 4400 \\ 0 & 1 & 4 & 10400 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5000 \\ 2z = 4400 \\ y + 4z = 10400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1200\text{€} \\ y = 1600\text{€} \\ z = 2200\text{€} \end{cases}$$

5. Una companyia aèria programa una oferta d'un màxim de 5.000 places, entre turista i preferent. Per cada plaça de classe turista obté uns guanys de 30 €, mentre que per cadascuna de classe preferent el benefici és de 40 €. Per raons tècniques no és possible oferir més de 4.500 places en classe turista, i el nombre de places de preferent no poden superar la tercera part de les de classe turista. Calculeu quantes places de cada classe cal oferir per a maximitzar els guanys. [2 punts]

Si anomenem  $x$  al nombre de places en classe turista, i  $y$  les de preferent, les condicions del problema es tradueixen com:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 5000 \\ x \leq 4500 \\ y \leq \frac{1}{3}x \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right\},$$

i els beneficis responen a la funció  $B(x) = 30x + 40y$ . Dibuint les dades del problema obtindrem:



Els vèrtexs del quadrilàter són, en sentit horari,  $(0,0)$ ,  $(3750,1250)$ ,  $(4500,500)$ ,  $(4500,0)$ . Els beneficis corresponents són:  $B(0,0) = 0$ ,  $B(3750,1250) = 162.500$ ,  $B(4500,500) = 155.000$ ,  $B(4500,0) = 135.000$ . Per tant, els màxims beneficis s'obtenen programant 3750 places de turista i 1250 en preferent.

6. Considerem la funció  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ .

- Si en té, determineu les asímptotes horitzontals i verticals de  $f$ . [1 punt]
- Justifiqueu que la funció  $f$  és decreixent en tot el seu domini. [1 punt]

a.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . Per tant,  $y = 0$  és una asímptota horitzontal. A més,  $\lim_{x \rightarrow \pm 1} f(x) = \infty$ . Per tant,  $x = -1$  i  $x = 1$  són asímptotes verticals de la funció.

b.  $f'(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$ . El numerador és negatiu i el denominador és positiu, per a tot

valor del domini de  $f$ . Per tant,  $f$  és decreixent en tot el seu domini.