



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

Matemàtiques

Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que

conté la recta $r_1: \frac{x-1}{2} = y = 2-z$ i és paral·lel a la recta $r_2: \begin{cases} x-y-z=0 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$.

[2 punts]

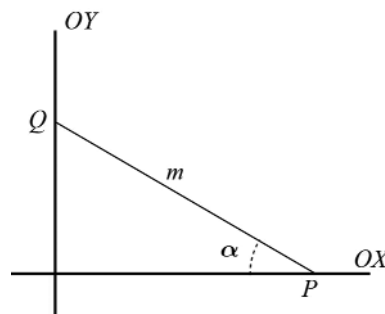
2. Donat el sistema d'equacions lineals
$$\begin{cases} x+2y-z=-1 \\ 2x+y+z=4 \\ x-y+(p-3)z=5 \end{cases}:$$

a) Estudieu-ne el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) en funció del paràmetre p .

b) Comproveu que si $p \neq 5$ la solució del sistema no depèn del valor d'aquest paràmetre.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

3. Un segment de longitud fixada m recolza sobre els eixos de coordenades. Calculeu el valor de l'angle α que forma el segment amb l'eix OX perquè el triangle rectangle determinat pel segment amb els eixos i del qual m és la hipotenusa tingui àrea màxima. Comproveu que es tracta realment d'un màxim.



[2 punts]

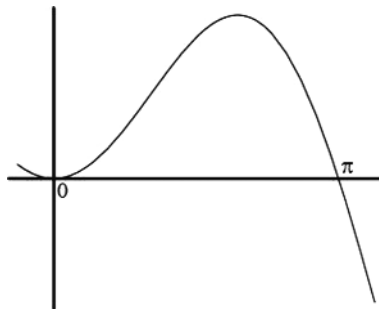
4. Donades les rectes $r_1: \frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-4}$ i $r_2: \begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - y + z + 11 = 0 \end{cases}$:

a) Comproveu que són paral·leles.

b) Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que les conté.

[1 punt per cada apartat]

5. La gràfica de la funció $f(x) = x \cdot \sin(x)$ és la següent:



a) Trobeu-ne una primitiva.

b) Aplicant el resultat de l'apartat anterior, calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció $f(x)$ i l'eix d'abscisses des de $x = 0$ fins a $x = \pi$.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

6. Sigui $A = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -2 & y \end{pmatrix}$. Trobeu els valors de les variables x i y perquè es compleixi que

$$A^2 = A.$$

[2 punts]





Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

Matemàtiques

Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Donats el pla $\pi: x + 2y + 3z - 4 = 0$ i els punts $P = (3, 1, -2)$ i $Q = (0, 1, 2)$:
- Calculeu l'equació contínua de la recta perpendicular al pla π que passa pel punt P .
 - Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla perpendicular a π que passa pels punts P i Q .

[1 punt per cada apartat]

2. Considereu la igualtat matricial $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

- Comproveu si les matrius $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ compleixen o no la igualtat anterior.
- En general, donades dues matrius qualssevol A i B quadrades del mateix ordre, expliqueu raonadament si hi ha alguna condició que hagin de complir perquè la igualtat de l'enunciat sigui certa.

[1 punt per cada apartat]

3. Sigui $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polinomi qualsevol de segon grau.

- Trobeu la relació existent entre els paràmetres a , b i c sabent que es compleix que $P(1) = 0$ i $P(2) = 0$.
- Quan es compleix la condició anterior, indiqueu quins valors pot tenir $P'(3/2)$.

[1 punt per cada apartat]

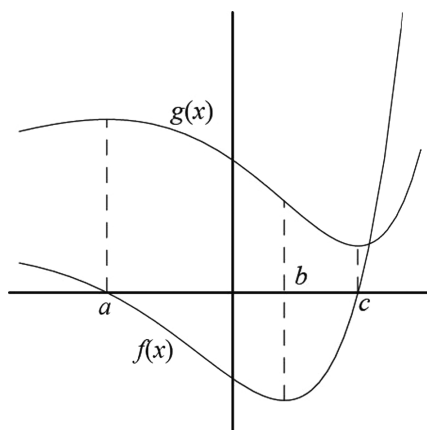
4. Hem escalonat la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, $A \cdot X = b$, i hem obtingut:

$$(A|b) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & a+2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a-1 & 3 \end{array} \right)$$

- a) Discutiu aquest sistema en funció del paràmetre a .
 b) Resoleu-lo quan $a = 2$.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

5. En la figura següent es representen dues funcions. L'una és la derivada de l'altra. Decidiu si la funció $f(x)$ és la derivada de la funció $g(x)$ o és a l'inrevés, estudiant què passa en els punts $x = a$, $x = b$ i $x = c$.



[2 punts]

6. Siguin $\vec{u}_1 = (-1, 3, 2)$, $\vec{u}_2 = (2, -1, 4)$ i $\vec{u}_3 = (a + 1, a - 1, 4a + 2)$ tres vectors de l'espai vectorial \mathbb{R}^3 .
 a) Trobeu el valor del paràmetre a per al qual el vector \vec{u}_3 és combinació lineal dels vectors \vec{u}_1 i \vec{u}_2 .
 b) Comproveu que per a $a = 0$ el conjunt $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ és linealment independent.

[1 punt per cada apartat]





Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

Matemàtiques

Sèrie 5

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Considereu un sistema qualsevol de dues equacions amb tres incògnites. Responeu raonadament a les qüestions següents:

a) És possible que el sistema considerat sigui compatible determinat?

b) Pot ser incompatible?

[1 punt per cada apartat]

2. Donats el punt $P = (1, 0, -2)$ i la recta $r: \frac{x-5}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-3}$:

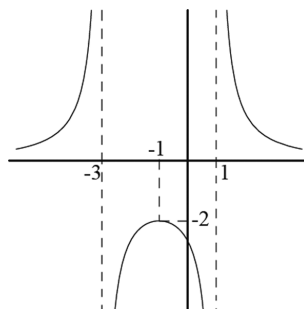
a) Trobeu l'equació contínua de la recta que passa pel punt P i talla perpendicularment la recta r .

b) Calculeu la distància del punt P a la recta r .

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

3. Determineu el valor dels paràmetres a , b i c perquè la gràfica de la funció

$f(x) = \frac{a}{x^2 + bx + c}$ sigui la següent:



[2 punts]

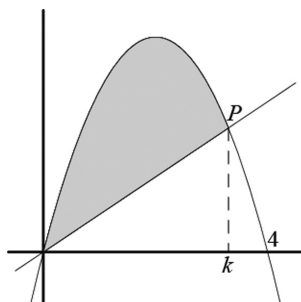
4. Siguin A , B i C matrius quadrades d'ordre n .
- a)** Expliqueu raonadament si és possible que $\det A \neq 0$, $\det B \neq 0$ i $\det (A \cdot B) = 0$.
Si és possible, poseu-ne un exemple.
- b)** Si sabem que $\det A \neq 0$ i que $A \cdot B = A \cdot C$, expliqueu raonadament si podem assegurar que $B = C$.
- [1 punt per cada apartat]

5. Siguin r i s dues rectes d'equacions

$$r: (x, y, z) = (-4, 3, 4) + t(2, -1, 1), \quad s: x + 1 = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-a}{3}.$$

- a)** Trobeu el valor del paràmetre a perquè aquestes rectes es tallin.
- b)** En el cas en què es tallen, trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que les conté.
- [1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

3. En la figura es mostra la corba $y = x(4 - x)$ i una recta r que passa per l'origen i talla la corba en un punt P d'abscissa k , amb $0 < k < 4$.



- a)** Trobeu l'àrea ombrejada, delimitada per la corba i la recta, en funció de k .
- b)** Trobeu per a quin valor de k l'àrea de la regió ombrejada és la meitat de l'àrea del rectangle limitat per la corba i l'eix OX.
- [1 punt per apartat]

