

SÈRIE 4

P1

a) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ [0,4] $\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 1^2}{1000}} = 15,8 \frac{m}{s}$ [0,6]

b) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ [0,4]; $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{15,8^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 7,32 \frac{m}{s}$ [0,6]

c) $W = \Delta E_m$; $|W| = |\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}| = |F_f| \frac{h}{\sin 45}$ [0,4]

$|\Delta E_m| = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 1.000 \cdot 9,8 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 1.000 \cdot 7,32^2 = 1,25 \cdot 10^5 \text{ J}$ [0,4];

$|F_f| = \frac{|W| \sin 45}{h} = \frac{|\Delta E_m| \sin 45}{h} = 8,82 \cdot 10^3 \text{ N}$ [0,2]

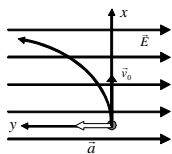
Resposta alternativa:
$$\left. \begin{aligned} v_{fi} &= v_{ini} + at \\ d &= v_{ini}t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} a = \frac{v_{ini}(v_{fi} - v_{ini})}{d} + \frac{(v_{fi} - v_{ini})^2}{2d} = -\frac{7,32^2}{2 \cdot \frac{10}{\sin 45}} = -1,89 \frac{m}{s^2}$$
 [0,4];

$mg \sin 45 - F_f = ma$ [0,4];

$F_f = m(g \sin 45 - a) = 1000 \cdot (9,8 \sin 45 + 1,89) = 8,82 \cdot 10^3 \text{ N}$ [0,2]

Q1

$F = ma = qE \Rightarrow a = \frac{qE}{m} = 7,03 \cdot 10^{15} \frac{m}{s^2}$ constant, la direcció i el sentit estan indicats a la figura [0,4]



[0,3]

La trajectòria és una paràbola, ja que $F_x = 0$; $F_y = \text{constant}$ [0,2]

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t \\ y &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \end{aligned} \right\} y = \frac{1}{2} \frac{qE}{mv_0^2} x^2; y = 3,51 \cdot 10^3 x^2$$
 [0,1]

Q2

$n_1 \sin i = n_2 \sin r$ [0,3]; $\Rightarrow n_2 = \frac{n_1 \sin i}{\sin r} = \frac{1 \cdot \sin 20^\circ}{\sin 14,90^\circ} = 1,33$ [0,7]

OPCIÓ A

P2

a)

Equació general: $y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$.

En el nostre cas, $y(x,t) = 0,03 \cdot \sin(2\pi t - \pi x)$: $A=0,03\text{m}$, $\omega=2\pi \text{ rad/s}$; $k=\pi \text{ rad/m}$; $\varphi=0$ **[0,3]**

$$k = \frac{\omega}{v}; v = \frac{\omega}{k} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \mathbf{[0,3]}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\text{s} \quad \mathbf{[0,2]}; k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2,0\text{m} \quad \mathbf{[0,2]}$$

b)

Velocitat d'oscil·lació: $v_{oscil} = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx + \varphi)$ **[0,2]**

En el nostre cas: $v_{oscil} = \frac{dy}{dt} = 0,19 \cdot \cos(2\pi t - \pi x)$ **[0,4]**

$$v_{oscil\text{MAXIMA}} = 0,19 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \mathbf{[0,4]}$$

c)

$$y(x=0,75;t=2) = 0,03 \cdot \sin(2\pi \cdot 2 - \pi \cdot 0,75) = -0,021\text{m} \quad \mathbf{[0,5]}$$

$$v_{oscil}(x=0,75;t=2) = 0,03 \cdot 2 \cdot \pi \cos(2\pi \cdot 2 - \pi \cdot 0,75) = -0,13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \mathbf{[0,5]}$$

Q3

a) És una recta de pendent: $\frac{60 \cdot 10^{-3}}{0,6} = 0,1 \frac{\text{T}}{\text{s}}$ **[0,2]**. Equació: $B = 0,1t$ (en T) **[0,3]**

b) Flux: $\Phi = BS = 0,1t(50 \cdot 10^{-4}) = 5 \cdot 10^{-4} t$ (Wb) **[0,2]**

$$|\varepsilon_{ind}| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = 5 \cdot 10^{-4} \text{ V} \quad \mathbf{[0,3]}$$

Q4

L'energia mecànica del cometa es conserva, ja que només hi actua la força d'atracció gravitatòria que és conservativa. L'energia mecànica del cometa és igual a l'energia potencial gravitatòria més l'energia cinètica. **[0,4]**

En el punt de l'òrbita més proper al Sol, l'energia potencial gravitatòria, $E_p = -G \frac{Mm}{r}$, és mínima

(mínima distància), per tant, l'energia cinètica serà màxima i, per tant la velocitat del cometa en aquest punt serà màxima. **[0,3]**

Anàlogament, en el punt de l'òrbita més allunyat del Sol, la velocitat serà mínima. **[0,3]**

OPCIÓ B

P2

a)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1,45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad [0,2]; \text{ on } T = 12 \text{ h} = 4,32 \cdot 10^4 \text{ s} \quad [0,1]$$

$$\vec{F} = m\vec{a}; \quad G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \quad [0,4]; \quad r = \left(\frac{GM}{\omega^2} \right)^{1/3} = 26,6 \cdot 10^6 \text{ m} \quad [0,1];$$

$$\text{altura sobre la superfície terrestre: } h = r - R_T = 20,2 \cdot 10^6 \text{ m} \quad [0,2]$$

$$\text{b) } v = \omega r; \quad v = 3,87 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad [0,4];$$

$$E_m = E_p + E_c; \quad E_m = -G \frac{Mm}{r} + \frac{1}{2} mv^2 \quad [0,4]; \quad E_m = -1,12 \cdot 10^9 \text{ J} \quad [0,2]$$

$$\text{c) } r' = R_T + h' = R_T + 2h = 6,38 \cdot 10^6 + 2 \cdot 20,2 \cdot 10^6 = 4,68 \cdot 10^7 \text{ m} \quad [0,1]$$

$$G \frac{Mm}{r'^2} = m \frac{v'^2}{r'}; \quad v' = \sqrt{G \frac{M}{r'}} = 2,92 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,4]$$

$$v' = \frac{2\pi r'}{T'} \quad [0,3]; \quad T' = \frac{2\pi r'}{v'} = \frac{2\pi \cdot 4,68 \cdot 10^7}{2,92 \cdot 10^3} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ s} = 1,17 \text{ dies} \quad [0,2]$$

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb -0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3

1. C
2. B

Q4

1. C
2. A

SÈRIE 3

P1

a)

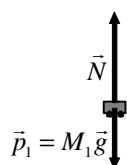
Velocitat de M_1 en arribar a D:

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(D) \quad [0,2] \Rightarrow 0 + M_1 g h_A = \frac{1}{2} M_1 v_{1D}^2 \quad [0,2]; \quad v_{1D} = 22,1 \text{ m/s} \quad [0,1]$$

Velocitat del conjunt $M_1 + M_2$ després del xoc:

$$P_{abans\ xoc} = P_{despres\ xoc} \quad [0,2]; \quad M_1 v_{1D} + 0 = (M_1 + M_2) v \quad [0,2]; \Rightarrow v = 9,2 \text{ m/s} \quad [0,1]$$

b)



si posen les forces \vec{N} i \vec{p}_1 [0,2], si posen alguna altra força [0]

$$p_1 = M_1 g = 24.500 \text{ N} \quad [0,1]$$

$$N - p_1 = M_1 \frac{v_{1B}^2}{R_B} \quad [0,3]; \text{ però } v_{1B} = v_{1D} = 22,1 \text{ m/s}, \text{ ja que } E_{mec}(B) = E_{mec}(D) \quad [0,3]$$

$$\text{d'on s'obté: } N = 8,57 \cdot 10^4 \text{ N} \quad [0,1]$$

c)

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(C) \Rightarrow 0 + M_1 g h_C = \frac{1}{2} M_1 v_{1C}^2 \Rightarrow v_{1C} = 9,9 \text{ m/s} \quad [0,2]$$

$$p_1 - N_C = M_1 \frac{v_{1C}^2}{R_C} \quad [0,3]; \text{ condició: } N_C = 0 \quad [0,4]$$

$$R_C = \frac{v_{1C}^2}{g} = 10 \text{ m} \quad [0,1]$$

Q1

$$\frac{1}{2} m v^2 + \left(-G \frac{m M_T}{R_r} \right) = \left(-G \frac{m M_T}{2 R_r} \right) \quad [0,7]; \quad v = \sqrt{G \frac{M_T}{R_r}} = 7,91 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,3]$$

Q2

$$v = \frac{e}{t} = \frac{0,3}{1,0} = 0,30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,3]; \quad T = \frac{1 \text{ s}}{2 \text{ vegades}} = 0,50 \text{ s} \quad [0,3]; \quad \lambda = v T = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \text{ m} \quad [0,4]$$

OPCIÓ A

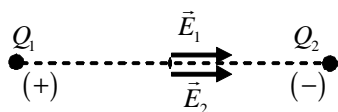
P2

$$a) V = k \frac{q}{r}; r_1 = 4 \text{ m}; r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

$$V_1 = k \frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-4}}{4} = 225 \cdot 10^3 \text{ V} \quad [0,4]; \quad V_2 = k \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-10^{-4}}{5} = -180 \cdot 10^3 \text{ V} \quad [0,4];$$

$$V = V_1 + V_2 = 45 \cdot 10^3 \text{ V} \quad [0,2]$$

b)



$$[0,2] \quad \vec{F} = q\vec{E} = q(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \quad [0,2]$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2}; E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-4}}{1,5^2} = 400 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad [0,1]; \quad E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{|-10^{-4}|}{1,5^2} = 400 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad [0,1];$$

$$E = E_1 + E_2 = 8 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad [0,2]$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^5}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 7,67 \cdot 10^{13} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [0,1]; \quad \vec{a} = a\hat{i} \text{ (o explícit)} \quad [0,1]$$

$$c) U_p = QV = Q \left(k \frac{-Q}{r} \right) = -k \frac{Q^2}{r} \quad [0,3]$$

$$W = U_p(\text{final}) - U_p(\text{inicial}) = -k \frac{Q^2}{r_f} + k \frac{Q^2}{r_i} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) = 15 \text{ J} \quad [0,7]$$

Q3

$$E_p(\text{màxima}) = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow k = \frac{2E_p(\text{màxima})}{A^2} = \frac{2 \cdot 50}{0,5^2} = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad [0,4]$$

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2; E = 50 \text{ J es manté constant}; \quad [0,2]$$

$$v = \sqrt{\frac{2E - kx^2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 - 400 \cdot 0,2^2}{0,5}} = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [0,4]$$

Q4

a)

acceleració tangencial = 0 (rapidesa constant) [0,2]

acceleració centípetra:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = 1,125 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [0,3]$$

b)

$$\omega = \omega_0 + \alpha t; \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{v - v_0}{rt} = \frac{1 - 3}{8 \cdot 10} = -0,025 \frac{\text{rad}}{\text{m}^2} \quad [0,2]$$

$$v = \omega r \quad [0,1]$$

$$a_t = \alpha r = -0,025 \cdot 8 = -0,20 \text{ m/s}^2 \quad [0,2]$$

OPCIÓ B

P2

$$\text{a) } F = k\Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{mg}{\Delta x} = \frac{10 \cdot 9,8}{0,02} = 4.900 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad [0,3]$$

$$x = A \cos(\omega t + \theta_0); \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4.900}{10}} = 22,1 \text{s}^{-1} \quad [0,2]$$

Agafem el sentit positiu de l'eix X cap amunt i el seu origen en la posició d'equilibri.

Condicions inicials: $t = 0$; $x = -A$; $-A = A \cos \theta_0 \Rightarrow \cos \theta_0 = -1 \Rightarrow \theta_0 = \pi \text{ rad}$ [0,2]

(També es pot agafar el sentit positiu de l'eix X cap avall. Llavors $\theta_0 = 0 \text{ rad}$)

$$x = 0,03 \cos(22,1t + \pi) \text{ (en metres)} \quad [0,3]$$

$$\text{b) } v = \dot{x} = -0,03 \cdot 22,1 \sin(22,1t + \pi) = -0,663 \sin(22,1t + \pi) \text{ (en m/s)} \quad [0,6]$$

$$v(5) = -0,663 \sin(22,1 \cdot 5 + \pi) = -0,343 \text{ m/s} \quad [0,4]$$

$$\text{c) } F = -kx = -4.900 \cdot 0,03 \cos(22,1t + \pi) = 147 \cos(22,1t + \pi) \text{ (en N)} \quad [0,6]$$

$$F(6) = 147 \cos(22,1 \cdot 6 + \pi) = -117 \text{ N} \quad [0,4]$$

El problema també es pot resoldre agafant una funció sinus per l'elongació. En aquest cas, valoreu la resolució de forma equivalent a la resolució anterior.

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts.

Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb -0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3

1. A
2. B

Q4

1. C
2. A