

## SÈRIE 4

**P1)**

a)

$$g_C = \frac{GM_C}{R_C^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{9,43 \cdot 10^{20}}{(477 \cdot 10^3)^2} = 2,76 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.5}$$

Per poder sortir de l'òrbita de Ceres s'ha d'assolir una velocitat mínima (d'escapament) tal que l'energia mecànica sigui com a mínim 0:  $E_m = 0$  **0.1** Per tant:

$$E_m = 0 = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M_C m}{R_C} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 G M_C}{R_C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} 9,43 \cdot 10^{20}}{477 \cdot 10^3}} = 514 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{GM_S M_C}{d_{S-C}^2} = M_C \left( \frac{2\pi}{T_T} \right)^2 d_{S-C} \Rightarrow d_{S-C}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2} T_C^2 \\ \frac{GM_S M_T}{d_{S-T}^2} = M_T \left( \frac{2\pi}{T_T} \right)^2 d_{S-T} \Rightarrow d_{S-T}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2} T_T^2 \end{array} \right\} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$d_{S-C}^3 = \frac{T_C^2}{T_T^2} (3^{\text{a}} \text{ llei de Klepler}) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow d_{S-C} = d_{S-T} \sqrt[3]{\frac{T_C^2}{T_T^2}} = 1,50 \cdot 10^{11} \sqrt[3]{4,60^2} = 4,15 \cdot 10^{11} \text{ m} \quad \boxed{0.5}$$

**P2)**

a) L'equació de un MVHS la podem escriure com (també considerem vàlida si enllot de la funció cos es fa servir la funció sin):

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.1} \Rightarrow v(t) = -A \omega \sin(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.1} \Rightarrow$$

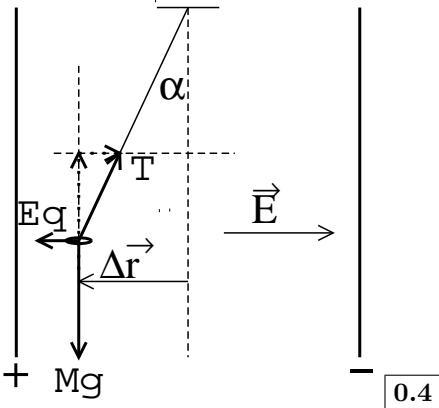
$$a(t) = -A \omega^2 \cos(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow a_{\text{màxima}} = A \omega^2 = A (2\pi \nu)^2 \quad \boxed{0.3} \Rightarrow A = \frac{a_{\text{màxima}}}{(2\pi \nu)^2} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS la podem deduir a partir de:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow -k x = m a = -m \omega^2 x \quad \boxed{0.2} \Rightarrow k = m \omega^2 \quad \boxed{0.2} = 85 \cdot (2\pi \cdot 6)^2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m} \quad \boxed{0.4}$$

**Opció A**  
**P3)**

a) De forma esquemàtica tindrem:



Per tant:

$$M g \tan(\alpha) = E q \quad [0.3] \Rightarrow$$

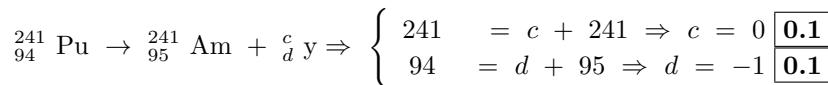
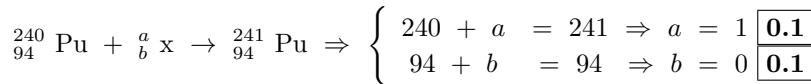
$$\alpha = \arctan\left(\frac{E q}{M g}\right) = 5,68 \cdot 10^{-1} \text{ rad} = 33^\circ \quad [0.3]$$

b) Com que el camp elèctric és uniforme:

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{r} \quad [0.3] = E L \sin(\alpha) = [0.2] = 1500 \text{ N/C} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot \sin(32,5^\circ) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ V} \quad [0.5]$$

**P4)**

a)



El  $^{240}\text{Pu}$  ha capturat un neutrò  $[0.3]$

El  $^{241}\text{Pu}$  ha emes una partícula  $\beta$  ó electró. La desintegració s'anomena emissió beta  $[0.3]$

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} = N_0 (e^{-\ln 2})^{\frac{t}{t_{1/2}}} = N_0 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \quad [0.5]$$

% de nuclis que s'hauran desintegrat després de (2013-1944) = 69 anys:

$$100 \cdot \frac{N_0 - N(t=69)}{N_0} = 100 \cdot \frac{N_0 (1 - 2^{-\frac{69}{432}})}{N_0} = 10,5\% \quad [0.5]$$

**P5)**

- a) El flux creat per un camp magnètic en una espira ve determinat per:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos(\alpha) \boxed{0.3}$$

on  $\alpha$  és l'angle que forma la direcció del camp magnètic amb la perpendicular a l'espira, per tant  $\alpha = 60^\circ$

$$\Phi = 0.5 \pi 0,04^2 \cos(60^\circ) = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \boxed{0.4}$$

Donat que el flux que travessa l'espira es constant en el temps, no s'induirà cap *fem*. **0.3**

- b) Per la gràfica que ens mostren en el enunciat el camp magnètic varia linealment segons l'expressió:

$$B(t) = 0,5 - \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} t \boxed{0.3}$$

Per tant el flux que genera el camp serà:

$$\Phi(t) = \pi 0,04^2 (0,5 - \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} t) \cos(60^\circ) \boxed{0.3}$$

i la *fem* generada serà:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = \pi 0,04^2 \cos(60^\circ) \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ V} \boxed{0.4}$$

## Opció B P3)

- a) El camp elèctric és una magnitud vectorial per tant:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \frac{q_1 \vec{\mu}_1}{r_1^2} + K \frac{q_2 \vec{\mu}_2}{r_2^2} \quad \boxed{0.2}$$

On:

$$\vec{\mu}_1 = \left( \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); \quad \vec{\mu}_2 = \left( \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); \quad r_1 = r_2 = \sqrt{2} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant:

$$\vec{E}_T = \frac{9 \cdot 10^9}{2\sqrt{2}} \left\{ 9 \cdot 10^{-6} (\vec{i} - \vec{j}) - 9 \cdot 10^{-6} (\vec{i} + \vec{j}) \right\} \Rightarrow \vec{E}_T = (0 \vec{i} - 5,73 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C} \quad \boxed{0.5}$$

Es considerarà la resposta correcte si raonen que per raons de simetria el camp elèctric ha de tenir només component vertical, de signe negatiu i realitzen el càlcul correctament.

- b) Al tractar-se de un camp conservatiu podem trobar el treball fet per la força elèctrica a partir del potencial elèctric.

$$V_i = K \left\{ \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right\} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} (9 - 9) = 0 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

$$V_f = K \left\{ \frac{q_1}{r'_1} + \frac{q_2}{r'_2} \right\} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \left( \frac{9}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2} \right) = -1,19 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant el treball fet per la força elèctrica és:

$$W_E = -\Delta V q = (V_i - V_f) q = (0 + 1,19 \cdot 10^4) (7 \cdot 10^{-6}) = 8,33 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad \boxed{0.4}$$

## P4)

- a) La reacció que ens demanen és:



Com podem comprovar la partícula emergent és un positró **0.4** (no és precís que comentin res respecte la possible producció de neutrins)

- b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \rightarrow m(t) = m_0 e^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2}$$

$$m(t = 5 \cdot 10^9) = 10 \text{ g} e^{-\frac{5 \cdot 10^9}{1,25 \cdot 10^9}} = 6,25 \cdot 10^{-1} \text{ g} \quad \boxed{0.3}$$

Tal com diu el enunciat, per saber l'edat de la pedra, hem de partir de la hipòtesi que tot el Ar de la roca prove de la desintegració del K, per tant en el instant inicial teníem 20 g de K. **0.1**, després de passar el temps  $t$ , en tenim 10 g, per tant hem de resoldre l'equació:

$$10 \text{ g} = 20 \text{ g} e^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \Rightarrow t = t_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ anys} \quad \boxed{0.2}$$

**P5)**

- a) Només s'indueix una *fem* sobre l'espira quan el flux del camp magnètic que travessa l'espira varia amb el temps, **0.1** per tant es començarà a produir una *fem* quan el punt A comenci a endinsar-se en la regió on hi ha el camp magnètic **0.1** i això es produirà a partir de:  $\frac{6 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 3 \text{ s}$  **0.1**. A partir d'aquest instant el costat horitzontal del triangle s'endinsa com:

$$d(t) = v(t - 3) \quad \boxed{0.1}$$

Al ser una triangle rectangle isòcels l'àrea que s'endinsa dintre del camp es:

$$A(t) = \frac{1}{2} [v(t - 3)]^2 \quad \boxed{0.1}$$

El flux de camp magnètic serà:

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} [v(t - 3)]^2 B \quad \boxed{0.1}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -v^2 (t - 3) B \quad \boxed{0.2}$$

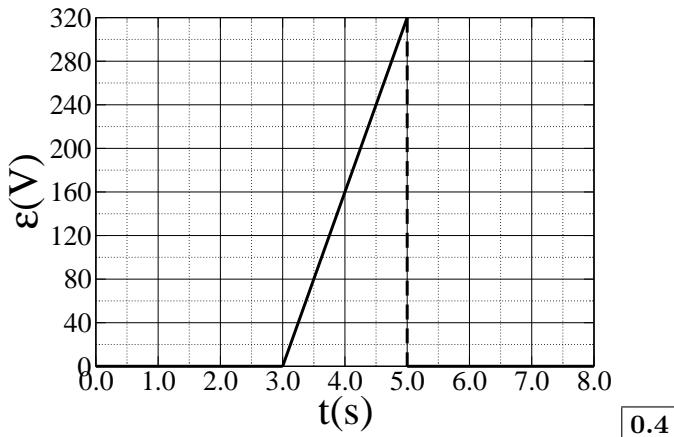
El enunciat ens diu que per  $t = 4 \text{ s}$  tenim:

$$160 \text{ V} = |-2^2 (4 - 3) B| \Rightarrow B = 40 \text{ T} \quad \boxed{0.2}$$

- b) Entre  $t = 0$  i  $t = 3 \text{ s}$ , l'espira es troba integrament fora del abast del camp magnètic, per tant la *fem* induïda serà nul·la. **0.1** Entre  $t = 3 \text{ s}$  i  $t = 5 \text{ s}$  la *fem* augmenta linealment fins arribar al seu valor màxim.

**0.1** Seguint el conveni de la regla de la ma dreta el sentit del corrent en aquesta zona serà antihorari.

**0.2** A partir d'aquest instant el flux del camp és constant i per tant no es genera cap *fem*. **0.2** La gràfica per tant serà:



## SÈRIE 3

**P1)**

a)

$$\frac{GM_T m_s}{(h + R_T)^2} = m_s \omega^2 (h + R_T) = m_s \frac{4\pi^2}{T^2} (h + R_T) \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (h + R_T)^3}{GM_T} \boxed{0.1} T = 2\pi \sqrt{\frac{(h + R_T)^3}{GM_T}} \boxed{0.1} = 2\pi \sqrt{\frac{(3,00 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} 5,98 \times 10^{24}}} = 5,17 \times 10^4 \text{s} = 14,4 \text{ h} \boxed{0.6}$$

b)

$$v = \omega (h + R_T) = \frac{2\pi}{T} (h + R_T) \boxed{0.5} = 3,65 \times 10^3 \text{ m/s} = 3,65 \text{ km/s} \boxed{0.5}$$

**P2)**

a)

$$\vec{F} = \vec{\mathcal{E}} q = m \vec{a} \boxed{0.5} \Rightarrow \vec{\mathcal{E}} = \frac{m \vec{a}}{q} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \text{kg} \cdot 1,20 \times 10^{13} \text{m/s}^2 \vec{i}}{-1,60 \times 10^{-19} \text{C}} = -68,3 \vec{i} \text{N/C ó V/m} \boxed{0.5}$$

b) Al ser el camp elèctric constant:

$$\Delta V = -\vec{\mathcal{E}} \Delta \vec{r} \boxed{0.2} = -(-68,3 \vec{i})(0,3 \vec{i}) = 20,5 \text{V} \boxed{0.2}$$

El potencial mes alt serà a la part dreta de la càmera 0.2

$$\Delta E = \Omega = -\Delta V q = -20,5 (-1,60 \times 10^{-19}) = 3,28 \times 10^{-18} \text{J} = 20,5 \text{eV} \boxed{0.4}$$

**Opció A**  
**P3)**

- a) Els electrons són frenats pel camp elèctric, transformant la seva energia cinètica en energia potencial elèctrica: **[0.2]**

$$\Delta E_c = \Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = |e|\Delta V \quad \boxed{0.2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2|e|\Delta V}{m}} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v_1 &= \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 4,01}{9,11 \times 10^{-31}}} = 1,19 \times 10^6 \text{ m/s} \\ v_2 &= \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 8,15}{9,11 \times 10^{-31}}} = 1,69 \times 10^6 \text{ m/s} \end{cases} \quad \boxed{0.3}$$

b)

El balanç energètic en l'efecte fotoelèctric és:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = W_0 + E_c \quad \boxed{0.1} = W_0 + |e|\Delta V \quad \boxed{0.1}$$

Per tant

$$\begin{aligned} \frac{\frac{hc}{\lambda_1}}{\frac{hc}{\lambda_2}} &= W_0 + |e|\Delta V_1 \\ &= W_0 + |e|\Delta V_2 \end{aligned} \Rightarrow \boxed{0.1} h \left\{ \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} \right\} = |e| \{ \Delta V_1 - \Delta V_2 \} \quad \boxed{0.1} \Rightarrow$$

$$h = \frac{|e|}{c} \frac{\Delta V_1 - \Delta V_2}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}} = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s} \quad \boxed{0.3}$$

Per altre banda, substituint en una les equacions anteriors:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - |e|\Delta V_1 = 6,82 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \boxed{0.3}$$

**P4)**

- a) La superfície de una sola espira és:

$$s = 0,025^2 = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \boxed{0.1}$$

El flux del camp magnètic que travessa la bobina, l'escriurem com:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cos 0^\circ = B \cdot S \quad \boxed{0.2}$$

on  $S$  serà:

$$S = 2000 \cdot s = 1,25 \text{ m}^2 \quad \boxed{0.1}$$

A partir de la lectura de la gràfica podem escriure:

$$B(t)_{t \in [0,5]} = \frac{25 - 0}{5 - 0} \cdot 10^{-3} \cdot t \text{ T} \quad \boxed{0.1} \Rightarrow \Phi(t)_{t \in [0,5]} = 6,25 \cdot 10^{-3} \cdot t \text{ Wb} \quad \boxed{0.2}$$

$$B(t)_{t \in [5,8]} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ T} \quad \boxed{0.1} \Rightarrow \Phi(t)_{t \in [5,8]} = 31,3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \quad \boxed{0.2}$$

b)

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt} \cdot S \quad \boxed{0.4}$$

$$\varepsilon(t)_{t \in [0,5]} = -6,3 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad \boxed{0.2}$$

$$\varepsilon(t)_{t \in [5,8]} = 0 \text{ V} \quad \boxed{0.2}$$

$$\varepsilon(t)_{t \in [8,10]} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ V} \boxed{0.2}$$

Es considerarà igualment correcte si la  $\varepsilon((t)$  del primer tram es positiva i la del últim es negativa. També es considerarà igualment correcte si es realitza el càlcul sense la utilització del càlcul diferencial i es duu a terme considerant al quotient de les variacions:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

**P5)**

- a) El mode fonamental (1<sup>er</sup> harmònic) correspon a aquell on la longitud d'ona és el doble de la longitud de la corda:

$$\lambda_0 = 2 L = 1,30 \text{ m} \boxed{0.5}$$

La velocitat de propagació és:

$$v = \lambda_0 \nu_0 = 1,3 \cdot 330 = 429 \text{ m/s} \boxed{0.5}$$

- b) Per  $d = 3 \text{ m}$  tenim  $\beta = 30 \text{ dB}$ , si  $I_1$  és la intensitat sonora de una guitarra  $\Rightarrow$

$$\beta_1 = 10 \log \left( \frac{I_1}{I_0} \right) = 30 \text{ dB} \boxed{0.2}$$

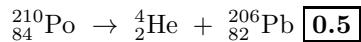
Per tres guitarres:  $I_3 = 3 I_1 \boxed{0.2}$  i la sensació sonora serà:

$$\beta_3 = 10 \log \left( \frac{I_3}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{3 I_1}{I_0} \right) = 10 \left[ \log 3 + \log \left( \frac{I_1}{I_0} \right) \right] \Rightarrow$$

$$\beta_3 = 10 \log(3) + 10 \log \left( \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log(3) + 30 = 35 \text{ dB} \boxed{0.6}$$

**Opció B**  
**P3)**

- a) La reacció nuclear del  $^{210}_{84}\text{Po}$ , serà:



També considerem vàlida la resposta on en lloc del He i posem  $\alpha$

Podem escriure la llei de desintegració com:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Per altre banda:

$$N(t = t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \quad [0.2] \Rightarrow e^{\lambda t_{1/2}} = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ dies}^{-1} = 5,81 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} \quad [0.3]$$

- b) La llei de desintegració també la podem escriure:

$$\frac{m(t)}{m_A} N_A = \frac{m_0}{m_A} N_A e^{-\lambda t} \quad [0.1] \Rightarrow m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \quad [0.2]$$

Per tant:

$$m(t = 20 \text{ dies}) = 5 \text{ mg} e^{-5,02 \cdot 10^{-3} \cdot \text{dies}^{-1} \cdot 20 \text{ dies}} = 4,52 \text{ mg} \quad [0.7]$$

O sigui ens quedaran: 4.52 mg

**P4)**

- a) L'energia potencial d'un moviment vibratori harmònic és  $E_p = \frac{1}{2}kx^2$  **[0.1]**, per tant:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}k \cdot 1^2 \Rightarrow k = 8,00 \text{ N/m} \quad [0.2]$$

Per altre banda tindrem:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}m(5,44)^2 \Rightarrow m = \frac{24}{5,44^2} = 8,11 \cdot 10^{-1} \text{ kg} \quad [0.2]$$

Per l'energia total tinrem:

$$E = E_p + E_c = 12 + 4 = 16 \text{ J} \quad [0.5]$$

- b) La freqüència angular del moviment és  $\omega^2 = k/m$  **[0.1]** i per tant

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{0,811}} = 3,14 \text{ rad/s} \quad [0.1]$$

L'amplitud surt de l'expressió de la energia total del moviment:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad [0.1] \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{8}} = 2,00 \text{ m} \quad [0.1]$$

Per trobar la fase inicial hem d'anar a les condicions inicials, tot tenint present que l'equació general del moviment harmònic simple és

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad [0.1]$$

(També considerem correcte les expressions si partim de la elongació amb la funció sinus) i, per tant, a  $t = 0$  resulta  $x = A \cos \varphi$ ,  $v = -A\omega \sin \varphi$ . Amb  $x(0) = 1 \text{ m}$  i  $v(0) = -5,44 \text{ m/s}$ , i els valor anteriors, obtenim

$$1 = 2 \cos \varphi ; -5,44 = -2 \cdot 3,14 \sin \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 0,5 ; \sin \varphi = 0,86 \Rightarrow \tan \varphi = \frac{0,86}{0,5} \quad [0.1] \Rightarrow$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0,86}{0,5}\right) = 1,04 \text{ rad} \quad [0.1]$$

Per tant l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2 \cos(3,14 \text{ rad/s } t + 1,04 \text{ rad}) \text{ m} \quad [0.3]$$

**P5)**

- a) La superfície d'una espira és:  $s_0 = 16 \text{ cm}^2 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ , per tant la superfície total que genera el flux magnètic en al bobina és:  $S_0 = 200 s_0 = 3,2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$  [0.1]. La superfície efectiva que travessa el camp magnètic és:

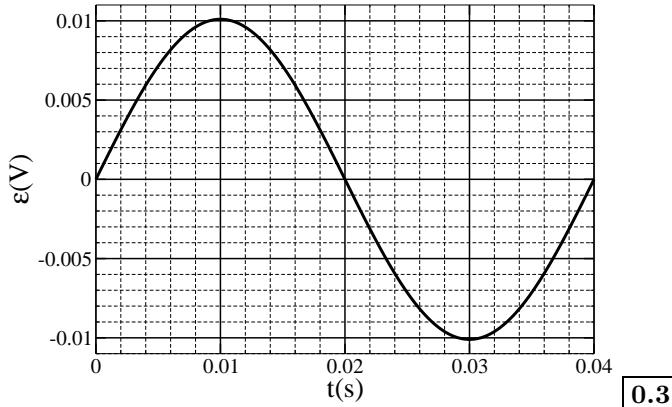
$$S(t) = S_0 \cos(\omega t) = S_0 \cos(2\pi\nu t) \quad [0.1]$$

Per tant el flux que travessa la bobina en funció del temps serà:

$$\Phi = B S(t) = B S_0 \cos(2\pi\nu t) \quad [0.1]$$

La *fem* generada serà:

$$\varepsilon(t) = - \frac{d\Phi}{dt} \quad [0.1] = 2\pi\nu B S_0 \sin(2\pi\nu t) \quad [0.1] = 1,01 \cdot 10^{-2} \sin(50\pi t) \text{ V} \quad [0.2]$$



- b) L'expressió que lliga les voltes del primari i el secundari amb les seves respectives diferències de potencial és:

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad [0.2] \Rightarrow N_s = \frac{N_p \varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{10 \cdot 2,5}{0,05} = 500 \text{ voltes} \quad [0.3]$$

Per altre banda la potència transmessa en el primari ha de ser igual a la obtinguda al secundari, per tant:

$$\varepsilon_p i_p = \varepsilon_s i_s \quad [0.2] \Rightarrow i_p = \frac{i_s \cdot \varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5}{0,05} = 1,0 \text{ A} \quad [0.3]$$